

Transiciones estocásticas y deterministas en juegos evolutivos en redes

Nagi Khalil¹, I. Leyva^{1,2}, J.A. Almendral^{1,2}, and I. Sendiña-Nadal^{1,2}

¹Complex Systems Group & GISC, Universidad Rey Juan Carlos, Móstoles, 28933 Madrid, Spain

²Center for Biomedical Technology, Universidad Politécnica de Madrid, Pozuelo de Alarcón, 28223 Madrid, Spain

En este trabajo se investiga el comportamiento crítico de diferentes juegos evolutivos con entornos estructurados, utilizando para ello un enfoque teórico y de simulación Monte Carlo. La población de jugadores se modela como un sistema de partículas en una red, cada una en dos posibles estados (cooperación y defección). Tras cada ronda del juego, cada jugador recibe una ganancia que depende de su estrategia, de la de sus vecinos y de los parámetros del juego en cuestión. El resultado del juego determina la evolución del sistema: se elige un jugador al azar, un vecino de éste también al azar, y la diferencia de ganancias determina la probabilidad de que el primero copie la estrategia del segundo. Dicha probabilidad viene modulada por una temperatura efectiva θ , de modo que si $\theta = 0$ entonces el cambio resulta determinista.

La teoría desarrollada y los resultados de simulación muestran la existencia de distintos estados posibles para los que la densidad de cooperación ρ es estacionaria: de estrategia absorbente (todos los jugadores llegan a una situación en la que sus estrategias no cambian con el tiempo), cuasi-absorbente (una parte de los jugadores fija su estrategia y la otra cambia con el tiempo) y mixta (los jugadores cambian continuamente sus estrategias). Además, la teoría es capaz de predecir la naturaleza (continua o discontinua) de las transiciones a medida que se cambian los parámetros del juego y la temperatura efectiva.

En particular, cuando el proceso de decisión es determinista ($\theta = 0$), el sistema es muy propenso a sufrir transiciones discontinuas a medida que cambian los parámetros del juego (ver figura). La localización de dichas transiciones, que depende de la distribución de grado de la red, ha sido predicha teóricamente. Además, resulta que las transiciones pueden aparecer para cualquier tamaño del sistema. Sin embargo, éstas tienen a desaparecer para $\theta > 0$.

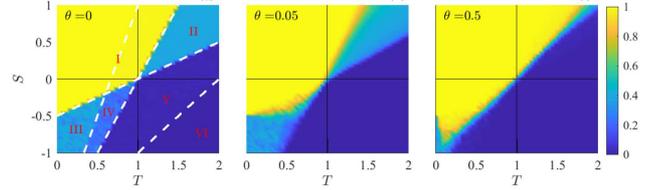


Fig. 1. Diagrama de fases determinado por dos parámetros del juego S y T (los otros dos son $P = 0$ y $R = 1$), según la definición habitual [1, 2], para distintos valores de la temperatura efectiva θ . La escala de colores determina la densidad de cooperación: $\rho = 0$ corresponde a defección (azul) y $\rho = 1$ a cooperación (amarillo). Las líneas blancas a trazos son teóricas y los colores son resultados de simulación.

Los resultados de simulación muestran la existencia de otras transiciones continuas y discontinuas para temperaturas efectivas positivas $\theta > 0$, cuando el sistema se hace grande. La mayoría de dichas transiciones pueden ser explicadas teóricamente mediante un análisis tipo campo medio. Finalmente, para algunos parámetros del juego, encontramos "temperaturas sociales" óptimas que maximizan o minimizan la densidad de cooperación.

[1] A. Zhuk, I. Sendiña-Nadal, I. Leyva, D. Musatov, A. Raigorodskii, M. Perc, and S. Boccaletti, *Predicting transitions in cooperation levels from network connectivity*, New J. Phys. **23** 093040 (2021).

[2] Nagi Khalil, I. Leyva, J. A. Almendral, and I. Sendiña-Nadal, *Deterministic and stochastic cooperation transitions in evolutionary games on networks*, Phys. Rev. E **107** 054302 (2023).